

1

1. 次の関数を微分せよ。

$$x^x \quad (x > 0)$$

2. 次の不定積分を計算せよ。

$$\int \frac{1}{e^x + e^{-1}} dx$$

2 直線族

$$y = 1 + (x - t) \frac{\cos t}{\sin t} \quad (0 \leq t \leq \pi)$$

の包絡線を求め、それがサイクロイド、すなわち

$$x = a\theta - b \sin \theta, \quad y = a - b \cos \theta$$

で表される曲線になることを示せ。さらに、求めた包絡線の長さを求めよ。

3 次の極限を求めよ。

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{c}{n^2}\right)^n \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x}$$

4

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$$

が収束するならば、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$$

であることを示せ。またこの逆は成立するか。成立するとすればそれを示せ。成立しないとすれば、反例を挙げよ。

5

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}} \quad (|x| < 1)$$

は収束することを示せ。