1　$\eta > 0, k > 0, a \neq 0$ とし、微分方程式

$$\ddot{x} + \eta\dot{x} + kx = 0 \tag{1}$$

を初期条件 $\dot{x}(0) = 0,\ \ x(0) = a$ の下で解け。

1. $\eta < 2k$ の場合
2. $\eta = 2k$ の場合

2　次のように1平面内を運動する質点に働く力の x, y 成分 F_x, F_y が質点の位置座標 x, y の関数として与えられる。保存力場かどうか述べよ。また保存力場であるときは位置エネルギーを求め、そうでない場合は質点を x 軸上の点 $(r, 0)$ から y 軸上の点 $(0, r)$ まで動かす時に半径 r の円周（弧）に沿って動かす場合と、弦（2点を結ぶ直線）に沿って動かす場合とで力が質点に行う仕事をそれぞれ求めてみよ。ただし (1)(2) で a, b はゼロでない定数で $a \neq b$ とする。

1. $$F_x = axy,\ \ F_y = by^2 \tag{2}$$
2. $$F_x = axy,\ \ F_y = \frac{1}{2}ax^2 \tag{3}$$

3　運動方程式

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\gamma\frac{\mathbf{r}}{r^3} \tag{4}$$

を用いて次のことを示せ。ただし $\mathbf{r}$ は位置ベクトルであり $r = |\mathbf{r}|, \gamma$ は正定数とする。

1. $$\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}} \tag{5}$$
   が保存量であること。
2. 起動が平面上に存在すること。
3. $$\epsilon = \frac{\mathbf{h}}{\gamma} \times \dot{\mathbf{r}} + \frac{\mathbf{r}}{r} \tag{6}$$
   が定数であること。
4. $\mathbf{r} \cdot \epsilon = -r\epsilon\cos\theta$ とおいたときに楕円軌道
   $$r = \frac{l}{1 + \epsilon\cos\theta} \tag{7}$$
   となること。また l を $\mathbf{h}$ と γ で表せ。
5. 質点運動の周期が楕円の長径の 3/2 乗に比例すること。